

La storia delle funzioni trigonometriche

La storia delle funzioni trigonometriche si estende per circa 4000 anni. Vi sono delle prove che indicano che i babilonesi furono i primi ad usare (pur in forma ancora primitiva) delle funzioni trigonometriche, in base ad una tabella di numeri scritta su una tavola cuneiforme babilonese, Plimpton 322 (risalente a circa il 1900 a.C.), che si può interpretare come una tavola di secanti. Vi è, tuttavia, un dibattito ancora aperto sul fatto che essa fosse una tavola trigonometrica o no. Il più antico uso della funzione seno appare nel Sulba Sutra scritto nell'antica India fra l'ottavo e il sesto secolo a.C., che calcola correttamente il seno di $\pi/4$ (45°) come $1/\sqrt{2}$ in una procedura per il problema opposto della quadratura del cerchio, sebbene non fosse ancora stata sviluppata la nozione di seno in senso generale.



Più tardi, le funzioni trigonometriche furono studiate da Ipparco di Nicea (180-125 a.C.), che tabulò le lunghezze degli archi di circonferenza (angolo A moltiplicato per il raggio r) insieme alla lunghezza delle corde sottese. Nel II secolo Claudio Tolomeo dell'Egitto estese questo lavoro nel suo *Almagesto*, derivando formule di addizione/sottrazione equivalenti a $\sin(A + B)$ e $\cos(A + B)$. Tolomeo ricavò l'equivalente della formula di bisezione $\sin^2(A/2) = (1 - \cos(A))/2$, e stilò una tabella dei suoi risultati. Né le tavole di Ipparco, né quelle di Tolomeo ci sono pervenute, nonostante le descrizioni di altri autori antichi lasciano pochi dubbi sulla loro esistenza. I successivi importanti sviluppi della trigonometria si ebbero in India. Il matematico e astronomo Aryabhata (476–550), nella sua opera *Aryabhata-Siddhanta*, egli definì per la prima volta il seno come la relazione moderna fra la metà di un angolo e la metà della corda, definendo anche il coseno, il senoverso, e l'inverso del seno. Le sue opere contengono anche le più antiche tavole pervenuteci dei valori del seno e del senoverso ($1 - \coseno$), per intervalli di $3,75^\circ$ da 0° e 90° , con un'accuratezza di 4 cifre decimali. Egli usò le parole *jya* per il seno, *kojya* per il coseno, *ukramajya* per il senoverso, e *otkram jya* per l'inverso del seno. Le parole *jya* e *kojya* divennero in seguito seno e coseno per via di un errore di traduzione.

La parola moderna seno è derivata dalla parola latina sinus, che significa "baia" o "insenatura", a causa di un errore di traduzione (dall'arabo) della parola sanscrita jiva, altrimenti detta jya. Aryabhata usava il termine ardha-jiva ("metà-corda"), che venne abbreviato in jiva e quindi translitterato dagli Arabi come jiba. I traduttori europei come Roberto di Chester e Gerardo di Cremona, nella Toledo del dodicesimo secolo, confusero jiba per jaib, che significa "baia", probabilmente perché jiba e jaib sono scritti allo stesso modo nella scrittura araba (che, in una delle sue forme, non fornisce al lettore informazioni complete sulle vocali). Altri matematici indiani estesero successivamente i lavori di Aryabhata sulla trigonometria. Varahamihira sviluppò le formule $\sin 2x + \cos 2x = 1$, $\sin x = \cos(\pi/2 - x)$, e $(1 - \cos(2x))/2 = \sin^2 x$. Bhaskara I costruì una formula per calcolare il seno di un angolo acuto senza l'uso di tavole. Brahmagupta sviluppò la formula $1 - \sin 2x = \cos 2x = \sin 2(\pi/2 - x)$, e la formula di interpolazione di Brahmagupta per calcolare i valori del seno, che è un caso particolare della formula di interpolazione di Newton–Stirling fino al secondo ordine. Le opere indiane furono in seguito tradotte ed ampliate dai matematici musulmani. Il matematico persiano Muḥammad ibn Mūsā al-Kwārizmī compilò tavole dei seni e delle tangenti, e contribuì anche alla trigonometria sferica. A partire dal X secolo, nelle opere di Abu'l-Wafa, i matematici musulmani usavano già tutte le sei funzioni trigonometriche principali, e possedevano tavole per i seni con incrementi di $0,25^\circ$, con una precisione di 8 cifre decimali, come pure tavole dei valori delle tangenti. Abu'l-Wafa sviluppò anche la formula trigonometrica $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. Il matematico persiano Omar Khayyam risolse le equazioni cubiche tramite soluzioni numeriche approssimate trovate per interpolazione nelle tavole trigonometriche. Tutte queste opere pionieristiche sulla trigonometria erano interessate principalmente alle applicazioni all'astronomia; probabilmente la prima trattazione della trigonometria come materia a sé stante fu quella del matematico indiano Bhaskara II e del persiano Nasir al-Din Tusi, che trattavano anche il teorema dei seni ed elencarono i sei casi distinti di triangoli con un angolo retto nella trigonometria sferica. Regiomontano fu forse il primo matematico in Europa che si occupò di trigonometria come disciplina matematica distinta, nel suo *De triangulis omnimodus* scritto nel 1464, come nel suo successivo *Tabulae directionum* che includeva una funzione equivalente alla moderna tangente, sebbene non venisse nominata esplicitamente. Nel XIII secolo, il matematico persiano Nasir al-Din Tusi enunciò la legge dei coseni e ne fornì una dimostrazione. Nell'opera del matematico persiano Ghiyath al-Kashi (XIV secolo), vi sono tavole trigonometriche che forniscono i

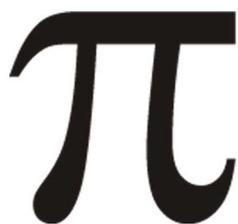
valori della funzione seno con una precisione di quattro cifre sessagesimali (che equivale ad 8 cifre decimali) per ogni argomento per intervalli di 1° , con le differenze da aggiungere per ogni sessantesimo di grado. Il matematico (e imperatore) timuride Ulugh Ben (XIV secolo) costruì accurate tavole trigonometriche di seni e tangenti con una precisione di 8 cifre decimali. L'Opus palatinum de triangulis di Rheticus uno studente di Copernico, fu probabilmente la prima a definire le funzioni trigonometriche direttamente in termini di triangoli rettangoli piuttosto che di cerchi; essa conteneva anche tavole per tutte le sei funzioni trigonometriche; quest'opera fu completata dallo studente di Rheticus Valentin Otho, nel 1596. L'Introductio in analysin infinitorum (1748) di Leonardo Eulero ebbe il merito di stabilire la moderna trattazione analitica delle funzioni trigonometriche in Europa, definendole tramite serie infinite e presentando la formula di Eulero. Eulero usò le abbreviazioni sen., cos., tang., cot., sec., e cosec. rimaste quasi invariate anche nell'uso moderno. Brook Taylor definì in generale le serie di Taylor e fornì gli sviluppi in serie e le approssimazioni di tutte le sei funzioni trigonometriche. Anche le opere di James Gregory e Colin Maclaurin ebbero una notevole influenza nello sviluppo delle serie trigonometriche.

Memorizzare il Pi Greco

La ricerca del pi greco è radicata profondamente nello spirito umano. Il rapporto fra una circonferenza e il proprio diametro, simbolicamente rappresentato dalla lettera greca Π , interviene spesso in matematica, fisica, statistica, ingegneria, architettura, biologia, astronomia e persino nelle arti. Il pi greco è nascosto nei ritmi delle onde acustiche come di quelle del mare, ed è onnipresente sia in natura sia in geometria. Il matematico inglese Augustus De Morgan scrisse una volta, a proposito del Π , "questo misterioso 3,14159... che entra da ogni porta e da ogni finestra e che si trova sotto ogni tetto".

Ai bambini della scuola, normalmente, si fa fare questa semplice sperimentazione: una cordicella avvolta attorno alla periferia di un cerchio è poco più di tre volte più lunga del suo diametro. Misurando con maggiore precisione gli allievi scoprono che il valore del pezzo di cordicella che eccede il triplo del diametro è più di un ottavo del diametro ma meno di un quarto. C'è un intero campo di studi divertenti, ma seri, che riguardano l'uso di tecniche di memorizzazione per ricordare le cifre di pi greco.

Esempio: “Tre imperfettibile è degno archetipo di quella serie che svela, volgendo circolare, mirabil relazione”. Oppure: “Ave o Roma, o madre gagliarda di latine virtù, che tanto luminoso splendore prodiga spargesti con la tua saggezza”. Contando le lettere di ogni parola della frase si individuano le prime 14 (e 19 nel secondo caso) cifre decimali di π : 3,14159265358979. Una forma mnemonica più avanzata è “Che n’ebbe d’utile Archimede, da ustori vetri, sua somma scoperta? Umanitade incerta, infantile, che ad ogni progenie vede negato il divin vero. Ma non combatte già la terrema fragilità.”



Esistono gare organizzate per la recita a memoria delle cifre di pi greco, ed anche record mondiali. Nel 2002 il giapponese Akira Haraguchi di Chiba, 59 anni, ha recitato a memoria 83.431 cifre. Il record ufficiale, riconosciuto dal Guinness Book of Records, appartiene tuttavia al cinese Lu Chao dello Jiangxi, che il 19 novembre 2005, all'età di 24 anni, ha recitato 67.890 cifre esatte, impiegando 24 ore e 4 minuti [8]. Il record precedente apparteneva allo studente giapponese Hiroyuki Goto, che nel 1995 era arrivato "appena" a 42.192 cifre.

Il 14 marzo si celebra il "giorno di pi greco", in quanto nella sua scrittura anglosassone ($3/14$) esso ricorda l'approssimazione più comune di π . Pi greco si celebra anche il 22 luglio, in quanto nella sua scrittura numerica ($22/7$) esso ricorda la frazione che meglio approssima il valore di π . Qualcuno si sforza di celebrare il famoso numero trascendente esattamente alle 1:59 del pomeriggio, in modo di adeguarsi alla approssimazione con sei cifre 3.14159. La prima celebrazione in occasione del "Pi Day" si tenne nel 1988 all'Exploratorium di San Francisco, per iniziativa del fisico americano Larry Shaw, in seguito insignito del titolo di "Principe del pi greco". Il calendario della prima manifestazione prevedeva un corteo circolare attorno ad uno degli edifici del museo e la vendita di torte alla frutta, decorate con le cifre decimali del pi greco. In questi giorni nei dipartimenti di matematica in varie istituzioni nel mondo si coglie l'occasione per organizzare delle feste. La celebrazione avviene anche in comunità virtuali come Second Life e Facebook.

fonte: www.wikipedia.it