Capitolo I

1

Sopra un asse delle ascisse disponi i seguenti punti

$A(+3)$	$B(+6)$	$C(+4)$	$D(-9)$
$A\left(-\frac{6}{7}\right)$	$B(-5)$	$C\left(-\frac{3}{7}\right)$	$D(-7)$
$A\left(\frac{4}{4}\right)$	$B\left(-\frac{7}{9}\right)$	$C(-8)$	$D\left(-\frac{7}{3}\right)$
$A(+9)$	$B\left(-\frac{5}{8}\right)$	$C\left(+\frac{4}{3}\right)$	$D(2{,}3)$
$A\left(-0{,}\bar{3}\right)$	$B\left(1{,}\bar{2}\right)$	$C\left(+5{,}\bar{6}\right)$	$D\left(-2{,}\bar{8}\right)$
$A\left(\sqrt{5}\right)$	$B\left(-\sqrt{8}\right)$	$C\left(3+\sqrt{3}\right)$	$D\left(\sqrt{7}-1\right)$

2

Calcola la distanza tra i seguenti punti

$A(-2\ ;\ 3)$ $B(4\ ;\ 3)$

(R. 6)

$A(3\ ;5)$ $B(-6\ ;\ -4)$

$\left(\text{R. } 9\sqrt{2}\right)$

$A(-5\ ;\ 0)$ $B(-8\ ;\ 2)$

$\left(\text{R. } \sqrt{13} \right)$

$A\left(2 ; \frac{1}{2} \right)$ $B\left(-3 ; \frac{1}{2} \right)$

$\left(\text{R. } 5 \right)$

$A\left(-\sqrt{2} ; 3 \right)$ $B\left(-\sqrt{2} ; -1 \right)$

$\left(\text{R. } 4 \right)$

3

Determina per quale valore di m il punto $P\left(1 ; m \right)$ è equidistante dai punti $A\left(3 ; -3 \right)$ e $B\left(4 ; 1 \right)$.

$\left(\text{R. } m = -\frac{3}{8} \right)$

4

Calcola le coordinate del punto $P\left(a ; b \right)$ in modo che esso sia equidistante dai punti $A\left(-1 ; 4 \right)$, $B\left(2 ; 5 \right)$ e $C\left(3 ; 0 \right)$.

5

Esplicita le seguenti funzioni

$x^2 + y^2 - 3x + 3 = 0$ $\left(\text{R. } y = \pm\sqrt{-x^2 + 3x - 3} \right)$

6

$xy + x - 3y + 1 = 0$ $\left(\text{R. } y = \frac{x+1}{3-x} \; con \; x \neq 3 \right)$

7

$$x^2 - xy + y - 1 = 0 \qquad \left(\text{R. } y = x + 1 \right)$$

8

$$x^2 - y^2 + y + 1 = 0 \qquad \left(\text{R. } y = \frac{1 \pm \sqrt{4x^2 + 5}}{2} \right)$$

9

$$x^2 + y^2 - 3x - 2y + 3 = 0 \qquad \left(\text{R. } y = 1 \pm \sqrt{-x^2 + 3x - 2} \right)$$

Poni sottto forma implicita le seguenti funzioni

10

$$y = \frac{x - 2}{2x} \qquad \left(\text{R. } 2xy - x + 2 = 0 \ \ con \ \ x \neq 0 \right)$$

11

$$y = \frac{3}{x + 2} \qquad \left(\text{R. } xy + 2y - 3 = 0 \ \ con \ \ x \neq -2 \right)$$

12

$$y = \frac{2x^3}{x^2 - 2x - 3} \qquad \left(\text{R. } 2x^3 - x^2 y + 2xy + 3y = 0 \ \ con \ \ x \neq -1 \ \ e \ \ x \neq 3 \right)$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{4 + x}}$$

$\left(\text{R. } xy^2 + 4y^2 - 4 = 0 \right)$

13

$$y = \frac{3x - 1 + x^2}{x^2 + x + 1}$$

$\left(\text{R. } x^2 y - x^2 + xy - 3y + y + 1 = 0 \right)$

14

Verifica che la funzione $y = x^2$ è una funzione pari.

15

Verifica che la funzione $y = \sqrt{4 - x^2}$ è una funzione pari e che la funzione $y = \sqrt[3]{x}$ è una funzione dispari.

16

Siano date le funzioni $f(x) = x^3$ e $g(x) = -x^3$. Determina la loro simmetria.

$\left(\text{R. } \textit{Simmetriche rispetto all' asse y} \right)$

17

Siano date le funzioni $f(x) = x^3 + 1$ e $g(x) = x^3 - 1$. Determina la loro simmetria.

$\left(\text{R. } \textit{Simmetriche rispetto all' origine} \right)$

18

Determina l'insieme di esistenza delle seguenti funzioni

$$y = \frac{x + 3x^2}{x^2 + 4}$$ $\left(\text{R. } \forall x \right)$

19

$$y = \frac{1}{x^2 + 2x + 5}$$ $\left(\text{R. } \forall x \right)$

20

$$y = 4x - \frac{x - 5}{x^2}$$ $\left(\text{R. } x \neq 0 \right)$

21

$$y = \frac{x^3 - 2x^2}{(x - 1)^2}$$ $\left(\text{R. } x \neq 1 \right)$

22

$$y = \frac{x^4 + x}{3x^2 - 5}$$ $\left(\text{R. } x \neq \pm \sqrt{\frac{5}{3}} \right)$

23

$$y = \sqrt{3x + 1}$$ $\left(\text{R. } x > -\frac{1}{3} \right)$

Risolvi graficamente le seguenti disequazioni

24

$|2x + 5| \le 1$ $\left(\text{R. } [\ -3\ ;\ -2\ ]\ \right)$

25

$|8x + 2| \ge 4$ $\left(\text{R. } \left] -\infty\ ;\ -\frac{3}{4} \right] \cup \left[\frac{1}{4}\ ;\ +\infty \right. \right)$

26

$|3 - 2x| < 8$ $\left(\text{R. } \left] -\frac{5}{2}\ ;\ \frac{11}{2} \right[\right)$

27

$\left| \frac{x}{2} - 4 \right| < 5$ $\left(\text{R. }]-2\ ;\ 18[\ \right)$

28

$|x + 2| \ge \frac{1}{2}x + 3$ $\left(\text{R. } \left] -\infty\ ;\ -\frac{10}{3} \right] \cup [\ 2\ ;\ +\infty\ [\ \right)$

29

$|3x + 6| < -x + 9$ $\left(\text{R. } \left] -\frac{15}{2}\ ;\ \frac{3}{4} \right[\right)$

30

$|4x + 1| \le |2x + 1|$ $\left(\text{R. } \left[-\frac{1}{3}\ ;\ 0 \right] \right)$

Capitolo II

31

Determina l'equazione della retta parallela alla retta di equazione $2y + x - 4 = 0$ passante per il punto $P(1\ ;\ 2)$.

$$\left(R.\quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \right)$$

32

Determina l'equazione della retta perpendicolare alla retta di equazione $y = 3x + 2$ passante per l'origine.

$$(\text{R. } x - 3y = 0)$$

34

Risolvi i seguenti problemi

- Scrivi l'equazione del luogo individuato dal punto $P(2m\ ;\ m)$ al variare di m e verifica che si tratta di una retta perpendicolare a quella di equazione $y = -2x + \sqrt{5}$.

$$(\text{R. } x - 2y = 0)$$

- Determina l'equzione della retta perpendicolare alla retta di equazione $y = 4x + 2$ passante per il punto $P(4\ ;\ 2)$.

$$\left(\text{R. } y = -\frac{1}{4}x + 2 \right)$$

-Verifica che il luogo descritto dal punto P$\left(\frac{1}{2}m \;;\; 3m \right)$, al variare di m, rappresenta una retta parallela alla retta di equazione $6x - y + 7 = 0$.

$(\text{R. } y = 6x)$

- Stabilisci per quali valori del parametro la retta del fascio $3x - 2y - k = 0$ passa per il punto A$(1 \;;\; -2)$.

$(\text{R. } k = 7)$

-Stabilisci per quali valori del parametro la retta del fascio $4x - 5y + 2k = 0$ passa per il punto A$(2 \;;\; 2)$.

$(\text{R. } k = 1)$

-Stabilisci per quali valori del parametro la retta del fascio $2mx - y + m = 0$ passa per l'origine.

$(\text{R. } m = 0)$

-Determina i valori dei parametri k e h affinchè le due rette $x + 2y - 5k = 0$ e $3x + y + h = 0$ abbiano in comune il punto P$(1 \;;\; 2)$.

$(\text{R. } k = 1 \; e \; h = -5)$

35

Determina quale valore deve assumere k affinchè le tre rette $y + 2 = 0$, $x + ky - 4 = 0$, $x + y = 0$ passino per lo stesso punto. $\left(\text{R. } k = -1 \right)$

36

Calcola la distanza tra i punti che seguono, conoscendo le loro ascisse e il coefficente angolare della retta passante per i due punti

- I punti di ascissa -3 e 2 appartenenti alla retta $y = 2x$

$\left(\text{R. } 5\sqrt{5} \right)$

- I punti di ascissa -1 e 3 appartenenti alla retta $y = \frac{1}{3}x + 7$.

$\left(\text{R. } \frac{4}{3}\sqrt{10} \right)$

- I punti di ascissa 5 e 2 appartenenti alla retta $x - 5y + 6 = 0$.

$\left(\text{R. } \frac{3}{5}\sqrt{26} \right)$

- I punti di ordinata 7 e 3 appartenenti alla retta $y = 2x + 5$.

$\left(\text{R. } 2\sqrt{5} \right)$

- I punti di ordinata 5 e 8 appartenenti alla retta $y = 3x + 5$.

$\left(\text{R. } \sqrt{10} \right)$

Risolvi graficamente le disequazioni e i sistemi di disequazione che seguono

37

$$\begin{cases} 4x - 2 \geq 0 \\ 6x - 12 < 0 \end{cases}$$

$\left(\text{R.} \quad \frac{1}{2} < x \leq 2 \right)$

38

$$\begin{cases} x - \frac{4}{3} \geq \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ 5x + 5 < 2x \\ x > 3 \end{cases}$$

(R. *impossibile*)

39

$$\frac{5}{6}x - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{12}$$

$\left(\text{R.} \quad x \geq \frac{1}{4} \right)$

40

$$\frac{3}{2} < \left| \frac{11}{2} - 2x \right|$$

$\left(\text{R.} \quad x < 2 \; ; \; x > \frac{7}{2} \right)$

41

$$\frac{3x - 1}{2x - 5} > 0$$

$\left(\text{R.} \quad x < \frac{1}{3} \; ; \; x > \frac{5}{2} \right)$

43

$$\frac{\left(x^2 + x\right)\left(x - 2\right)}{x^2 + 5x + 6} < 0$$

$\left(\text{R. } x < -3 \; ; \; -2 < x < -1 \; ; \; 0 < x < 2 \right)$

44

$$\begin{cases} |2x + 5| > x - 2 \\ \dfrac{x^2 + 6}{x^2 - x - 2} - \dfrac{x - 2}{x + 1} > \dfrac{3}{x - 2} \end{cases}$$

$\left(\text{R. } -1 < x < 1 \; ; \; x < 2 \right)$

Calcola le coordinate del punto d'intersezioni delle seguenti coppie di rette

45

$2x\sqrt{3} - 2y = 0$ $\qquad$ $y = -\dfrac{3}{\sqrt{3}}x + \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\left[\text{R. } \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} \; ; \; \dfrac{\sqrt{6}}{2} \right) \right]$

46

$y = 0$ $\qquad$ $y = 5$

47

$x + 3y - 7 = 0$ $\qquad$ $y = -\dfrac{1}{3}x + 2$

48

$y = 2x + 3$ $\qquad$ $2x - y + 3 = 0$

(R. *rette coincidenti*)

Capitolo III

Disegna le coniche di equazione

50

$$5x^2 + y^2 - x = 0$$

51

$$x^2 - 4y^2 - 3x - 6y = 0$$

52

$$x^2 + 4y^2 - 5x + 5 = 0$$

53

$$25x^2 - 5x + 1 = 0$$

55

$$9x^2 - 4y^2 + 10x - 16y + 25 = 0$$

56

$$4x^2 + 4y^2 - 50x - 25 = 0$$

57

$$x^2 - y^2 - 8x + y = 0$$

58

$$x^2 + 9y^2 + y = 0$$

59

$$36y^2 - x^2 = 0$$

Individua se esistono, i punti di intersezione fra le seguenti coniche e rette

60

$y = x^2$ e $3x + 2y = 0$ $\left(\text{R.} \begin{cases} y_1 = 0 \; ; \; y_2 = \dfrac{9}{4} \\ x_1 = 0 \; ; \; x_2 = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \right)$

61

$x^2 - y^2 = 25$ e $x + y = 5$ $\left(\text{R.} \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases} \right)$

62

$x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ e $y - x + 1 = 0$ $\left(\text{R.} \begin{cases} x_{1,2} = \dfrac{8 \pm \sqrt{46}}{2} \\ y_{1,2} = \dfrac{6 \pm \sqrt{46}}{2} \end{cases} \right)$

63

$y = x^2 - 8x + 12$ e $x - 2 = 0$ $\left(\text{R. } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \right)$

64

$x - y^2 = 0$ e $3y - 4x = 0$ $\left(\text{R. } \begin{cases} x_1 = 0 \ ; \ x_2 = \dfrac{9}{16} \\ y_1 = 0 \ ; \ y_2 = \dfrac{3}{4} \end{cases} \right)$

65

$x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ e $y - 2x = 0$ $\left(\text{R. } \begin{cases} x_{1,2} = \pm \dfrac{2\sqrt{17}}{17} \\ y_{1,2} = \pm \dfrac{4\sqrt{17}}{17} \end{cases} \right)$

Verifica il carattere degenere delle seguenti coniche individuando le rette in cui esse si spezzano

66

$x^2 - 4y^2 = 0$ $\left(\text{R. } x + 2y = 0 \ ; \ x - 2y = 0 \right)$

67

$x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ $\left(\text{R. } x - y + 1 = 0 \ ; \ x - y - 1 = 0 \right)$

68

$9x^2 + 12x + 4 - y^2 = 0$ $\left(\text{R. } 3x - 2 + y = 0 \ ; \ 3x - 2 - y = 0 \right)$

69

$x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0$ $\qquad$ (*R.* $x + y + 1 = 0$; $x + y - 1 = 0$)

70

$x^2 - 9y^2 = 0$ $\qquad$ (R. $x + 3y = 0$; $x - 3y = 0$)

71

$4x^2 + 4x + 1 - y^2 = 0$ $\qquad$ (R. $2x + 1 + y = 0$; $2x + 1 - y = 0$)

Trovare la retta tangente a ciascuna conica passante per il punto indicato

72

$y = x^2 - 2x$ *in* $P(2 ; 0)$ $\qquad$ (R. $y = 2x - 4$)

73

$x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ *in* $O(0 ; 0)$ $\qquad$ (R. $y = -x$)

74

$x^2 - y^2 - 1 = 0$ *in* $P(3 ; 1)$

75

$y^2 = x^2 + 2x$ *in* $P(-2 ; 0)$ $\qquad$ (R. $y = -2x - 4$)

76

$x^2 - y^2 - 1 = 0 \ in \ P(-3;1)$ $\left(\text{R. } y = 1 \ e \ y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} \right)$

Capitolo IV

Determina le equazioni delle parabole aventi il fuoco e la direttrice indicati

77

$F(3\ ;\ 9)$ $\qquad y = -3$

78

$F(1\ ;\ 3)$ $\qquad y = 4$

79

$F\left(0\ ;\ -\frac{3}{4}\right)$ $\qquad y = 7$

80

$F(0\ ;\ 0)$ $\qquad y = -\frac{2}{5}$

81

$F(2\ ;\ 6)$ $\qquad x = -\frac{5}{3}$

82

$F(4\ ;\ -7)$ $\qquad x = 5$

83

$F\left(1 \; ; \; 0 \right)$ $x = -\frac{3}{5}$

84

$F\left(-\frac{1}{3} \; ; \; 7 \right)$ $y = -\frac{4}{7}$

Disegna le seguenti parabole determinando fuoco, vertice e direttrice

85

$y = \frac{1}{2}x^2$

86

$y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

87

$y = 2x^2 - 4x$

88

$x = \frac{1}{3}y^2$

89

$x = y^2 - 5y + 4$

90

$x = 2y^2 + y$

91

Scrivi l'equazione della parabola passante per i punti A$\left(0 \; ; \; -2 \right)$ e B$\left(1 \; ; \; 0 \right)$ e tangente alla retta $x - y - 1 = 0$.

$\left(\text{R. } y = -x^2 + 3x - 2 \right)$

92

Scrivi l'equazione della parabola passante per A$\left(\frac{1}{2} \; ; \; -\frac{5}{4} \right)$ e tangente alla retta $4x - y - 4 = 0$ in B$\left(1 \; ; \; 0 \right)$.

$\left(\text{R. } y = 3x^2 - 2x - 1 \right)$

93

Data la famiglia di parabole $y = \left(k - 1 \right)x^2 + kx - 1$ verifica che esse passano tutte per due punti del piano e si trovino tali punti.

Individua inoltre l'unica parabola della famiglia che stacca un segmento di lunghezza 1 sulla retta $y = -1$.

$\left(\text{R. } A\left(0 \; ; \; -1 \right) \; e \; B\left(-1 \; ; \; -2 \right) \; ; \; y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1 \right)$

94

Trova la parabola della famiglia $y = x^2 - 3x + k$ tangente alla retta $y = x + 2$ e individua il punto di tangenza.

$\left(\begin{array}{l} \text{R.} \quad y = x^2 - 3x + 3 \ ; \\ \quad P(\ 2 \ ; \ 4\ ) \end{array} \right)$

95

Dati i punti A$(\ 0 \ ; \ 5\ )$ e B$(\ -6 \ ; \ 3\ )$, detto C il punto d'intersezione dell'asse del segmento $\overline{\text{AB}}$ con l'asse y , determina l'equazione della parabola con asse parellelo all'asse x e passante per i punti A , B , C .

$\left(\text{R. C}(\ 0 \ ; \ -5) \ ; \ x = \frac{3}{8}y^2 - \frac{75}{8} \right)$

96

Determina l'equazione della parabola avente per direttrice la retta $x = -\frac{1}{4}$ e passante per i punti A$(\ 1 \ ; \ 0\ )$ e B$(\ 4 \ ; \ -1\ )$.

$\left(\text{R.} \ x = y^2 - 2y + 1 \ ; \ x = 10y^2 + 7y + 1 \right)$

97

Determina l'equazione della parabola del tipo $x^2 = ay^2 + by + c$ passante per i punti A$(\ 3 \ ; \ 1\ )$, B$(\ 3 \ ; \ -1)$, $C\left(\ 5 \ ; \ \sqrt{2}\ \right)$.

$\left(\text{R.} \ x = 2y^2 + 1 \right)$

98

Data la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$, determina delle parabole ad esse simmetriche:

- all'origine
- all'asse x
- all'asse y
- alla bisettrice del 1° e del 3° quadrante
- alla bisettrice del 2° e del 4° quadrante

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } y = -2x^2 - 4x \; ; \; y = -2x^2 + 4x \\ \quad y = 2x^2 + 4x \; ; \; x = 2y^2 - 4y \; ; \; x = -2y^2 - 4y \end{array} \right)$$

Disegna le seguenti curve

99

$$y = \sqrt{1 - 3x}$$

100

$$y = -\sqrt{x - 5}$$

101

$$y = -\sqrt{x + 2}$$

102

$$y = \sqrt{8 + x}$$

103

$$y = 5 + \sqrt{x + 4}$$

104

$$y = \left| 2x + 4x^2 \right|$$

105

$$y = 4 + \sqrt{x + 2}$$

106

$$y = 3 + \sqrt{2 - x}$$

107

$$y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x}$$

108

$$y = \sqrt{x + \frac{3}{2}}$$

109

$$y = \sqrt{x + 6x^2}$$

Capitolo V

Disegna le seguenti circonferenze

110

$$x^2 + y^2 = 16$$

111

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$$

112

$$4x^2 + 4y^2 - x = 0$$

113

$$x^2 + y^2 - 25 = 0$$

114

$$5x^2 + 5y^2 - x - y = 0$$

115

Trova l' equazione della circonferenza tangente agli assi coordinati e avente centro in $C(2;2)$.

Trova poi le equazioni delle due rette ad essa tangenti da $A(-2 ; 2)$. Detti P ed F i punti di tangenza, individua l'area del quadrilatero APCT.

$$\left(\text{R. } x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \;;\; y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{3} \;;\; A = 4\sqrt{3} \right)$$

116

Si consideri la circonferenza di centro $C(-2 ; 0)$ e raggio 2. Fra le rette uscenti dall'origine, individua le due che staccano corde di lunghezza $2\sqrt{2}$, sulla circonferenza data.

Detti A e B i loro punti di intersezione con la circonferenza, diversi dall'origine, trova l'equazione della parabola passante per A e B e per il punto di ascissa -4 della circonferenza .

$$\left(\text{R.} \quad x^2 + y^2 + 4x = 0 \ ; \ x = \frac{1}{2}y^2 - 4 \right)$$

117

La retta $y = 2$ interseca la parabola $y = x^2 - 4x$ e la sua tangente in $(4 \ ; \ 0)$ nei punti A e B .

Individua nel fascio di circonferenze di centro nell'origine , l'unica circonferenza che stacca una corda $\overline{CD} = \overline{AB}$ sulla stessa retta $y = 2$.

$$\left(\text{R.} \quad x^2 + y^2 = r^2 \ ; \ x^2 + y^2 = \frac{113 - 20\sqrt{6}}{16} \right)$$

118

Dopo aver scritto l'equazione della ciroconferenza passante per l'origine tangente alla retta $x - 3y = 0$ e il cui centro appartiene alla retta $x + y - 1 = 0$, determina per quali valori di $k \in$ R la retta del fascio $(k - 1) x + 2y + 1 - k = 0$ è secante , tangente o esterna alla circonferenza .

$$\left(\text{R.} \quad x^2 + y^2 + x - 3y = 0 \ ; \textit{tangente per } k = -17 \pm 8\sqrt{5} \right)$$

119

Determina l ' equazione della circonferenza passante per A $(-2 \ ; \ 0)$ e per B$(6 \ ; \ 0)$ il cui centro appartiene alla retta $x + 2y + 4 = 0$. Condurre per $P(-5 \ ; \ 2)$ le tangenti t_1 e t_2 alla circonferenza e per A la tangente t_3 ; determina l'area dell triangolo da esse formato .

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \; ; \; y = 2 \; ; \\ y = -\frac{35}{12}x - \frac{151}{12} \; ; \; y = \frac{4}{3}(x+2) \; ; \; A = \frac{315}{34} \end{array} \right)$$

Risolvi graficamente i seguenti sistemi

120

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0 \\ x - y + k = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in [-2 \; ; 2[\\ \textit{due soluzioni per } k \in [-6 \; ; -2[\end{array} \right)$$

121

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0 \\ 2x - 3y + k = 0 \\ x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in [8 \; ; 12[\; ; \\ \textit{due soluzioni per } k \in [12 \; ; 2\sqrt{26} + 10] \end{array} \right)$$

122

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \\ 2(k-1)x + (1-k)y - 2k + 4 = 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in \left]-\infty \; ; \frac{3}{4}\right] \\ \textit{due soluzioni per } k \in \left[3 + \sqrt{5} \; ; +\infty\right[\end{array} \right)$$

123

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0 \\ (3k + 1)x - 4ky - 10k - 2 = 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in \ ]\, 0\, ; 1 \\ \quad \textit{due soluzioni per } k \in \ ]\, 1\, ; +\infty \end{array} \right)$$

124

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y + k - 3 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \\ 0 \le x \le 3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in [\, 0\, ; 6\, [\\ \quad \textit{due soluzioni per } k \in [\, 6\, ; 8\,] \end{array} \right)$$

125

$$\begin{cases} y = \sqrt{1 - x^2} \\ x + y = k \\ x \ge 0 \end{cases}$$

$$\left(\text{R. } \textit{due soluzioni per } k \in [\, 1\, ; \sqrt{2}\,] \right)$$

126

$$\begin{cases} y = \sqrt{2x - x^2} \\ y = 2x + k \\ x \le 1 \end{cases}$$

127

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in \left[-1\ ; 0 \right[\\ \quad \textit{due soluzioni per } k \in \left[0\ ;\ -2 + \sqrt{5}\ \right] \end{array} \right)$$

Capitolo VI

Determina l'equazione dell'ellisse del tipo $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ avente

128

Vertici in $(\pm 4 \ ; 0)$ e $(0 \ ; \pm 2)$

129

Vertici in $(\pm 6 \ ; 0)$ e $(0 \ ; \pm 1)$

130

Fuochi in $(\pm 16 \ ; 0)$, eccentricità $e = \frac{1}{3}$

131

Vertici in $(\pm 3 \ ; 0)$, fuochi in $(\pm 4 \ ; 0)$

132

Vertici in $(\pm 4 \ ; 0)$, fuochi in $\left(0 \ ; \sqrt{7} \right)$

133

Vertici in $(0 \ ; \pm 5)$, eccentricità in $e = \frac{3}{5}$

134

Disegna l'elisse di equazione $4x^2 + 9y^2 + 16x - 36y + 16 = 0$. Sulla retta $y = x - 2$, trova un punto P equidistante dagli estremi del diametro orrizzontale dell'ellisse stessa . Calcola l'area del triangolo isoscele così ottenuto .

(R. 18)

135

Data l'ellisse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$, trova su di essa quattro punti aventi distanza uguale a $\sqrt{7}$ dall' origine. Detto A il punto situato nel I quadrante , individua la retta t tangente all'ellisse passante per A e trova su t i due punti P_1 e P_2 tali che $\overline{P_1A} = \overline{P_2A} = \sqrt{13}$.

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } y = -2\sqrt{3}x + 8 \;; \\ P_1\left(\sqrt{3} - 1 \;;\; 2\sqrt{3} + 2 \right) \;;\; P_2\left(\sqrt{3} + 1 \;;\; -2\sqrt{3} + 2 \right) \end{array} \right)$$

136

L' ellisse centrata di semiassi 3 e 10 interseca la retta $y = -5$ in A e B . Indiividua sul ramo dell'ellisse contenuta nel I quadrante un punto P tale che Area $(\text{APB}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(5 + \sqrt{7} \right)$.

$$\left[\text{R. P}\left(\frac{3}{10}\sqrt{93} \;;\; \sqrt{7} \right) \right]$$

137

Data l'ellisse $x^2 + 9y^2 = 1$, determina le equazioni delle rette tangenti parallelle alla retta $x + 3y = 1$.

$$\left(\text{R. } x + 3y \pm \sqrt{2} = 0 \right)$$

138

Determina le equazioni delle rette tangenti all'ellisse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ e parallele alla retta $5x + 4y - 20 = 0$.

$$\left(\text{R.} \quad 5x + 4y \pm 20\sqrt{20} = 0 \right)$$

Disegna le seguenti curve

139

$$y = \sqrt{1 - 6x^2}$$

140

$$y = \sqrt{8 - 25x^2}$$

141

$$x = \frac{1}{4}\sqrt{4 - y^2}$$

142

$$y = -\sqrt{4 + 4x^2}$$

143

$$x = -\frac{3}{4}\sqrt{1 - y^2}$$

144

$$x = 8\sqrt{1 - 9y^2}$$

145

$$y = -\sqrt{1 - 4x^2}$$

146

$$x = 4\sqrt{1 - 36y^2}$$

147

$$y = -\sqrt{2 - 8x^2}$$

148

$$x = \sqrt{8 + 8y^2}$$

Capitolo VII

149

Data l'iperbole di equazione $x^2 - 2y^2 - 6x - 12y - 5 = 0$, trova il centro e le coordinate dei vertici.

$$\left[\text{R. } C(3\,;\,-3)\,;\ V\left(3\,;\,-3 \pm \sqrt{2}\right) \right]$$

150

Costruita l'iperbole avente fuochi in $F_{1,2} = (\pm 2\,;\,0)$ che interseca l'asse delle ascisse in $(\pm 1\,;\,0)$, calcola l'area del parallelogramma ottenuto intersecando le rette parallele agli asintoti dell'iperbole e uscenti dai suoi fuochi.

$$\left(\text{R. } A = 8\sqrt{3} \right)$$

151

Data l'iperbole di equaizione $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$, si consideri solo il ramo ottenuto nel primo quadrante. Sul suo asintoto di coefficente angolare positivo , e sempre nel solo I quadrante , individua un puntoA tale che $\left|\overline{AB}\right| = 1$ con B punto dell'iperbole alla stessa quota di A .

$$\left[\text{R. } A\left(\frac{3}{2}\,;\,\frac{9}{4} \right) \right]$$

152

Determina l'equazioni delle rette tangenti all'iperbole $x^2 - 9y^2 = 9$ e parallele alla bisettrice del 2° e del 4° quadrante .

$$\left(\text{R. } x + y \pm 2\sqrt{2} = 0 \right)$$

153

Determina le equazioni delle rette tangenti all'iperbole $4x^2 - y^2 - 9 = 0$ nei suoi punti di ascissa uguale a 2 .

$\left(\text{R. } 8x \pm \sqrt{7}y - 9 \right)$

154

Risolvi graficamente i seguenti sistemi

155

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ 2x - y + k = 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \quad \textit{una soluzione per } k \in \;]-\infty ; -4[\;\; 4 ; \cup +\infty [\\ \quad\quad \textit{due soluzioni per } k \in \left[-4 \; ; \; -2\sqrt{3} \; \right] \end{array} \right)$$

156

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x + ky - 2k + 1 = 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\left(\text{R. } \quad \textit{due soluzioni per } k \in \left[\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \; ; + \infty \right[\right)$$

157

$$\begin{cases} y = \dfrac{x+1}{x} \\ y = 2x + k \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$\left(\text{R.} \quad \textit{una soluzione per } k \in R^+ \right)$

158

$$\begin{cases} y = \dfrac{|x|}{x+2} \\ x + y = k \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } k \in [0\ ;\ +\infty[\\ \quad \textit{due soluzioni per } k \in \left[-3 + 2\sqrt{2}\ ;\ 0 \right] \end{array} \right)$

Disegna le seguenti curve

159

$$y = \sqrt{1 + \frac{x^2}{16}}$$

160

$$y = -\sqrt{1 + 25x^2}$$

161

$$y = \sqrt{1 + 9x^2}$$

162

$$x = -\sqrt{y^2 - 25}$$

163

$$x|x| + 25y^2 = 1$$

164

$$x = -\frac{2}{3}\sqrt{y^2 - 1}$$

165

$$x|x| = 1$$

Capitolo VIII

Risolvi i seguenti problemi parametrici

166

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \\ mx - y + 3m - 4 = 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$\left(\text{R. } \textit{una soluzione per } m \geq \dfrac{2}{3} \right)$

167

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = m^2 \\ y = x \end{cases}$$

$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{due soluzioni coincidenti per } m = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\ ; \\ \quad \textit{due soluzioni distinte per } m > \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right)$

168

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = mx \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{due soluzioni per ogni valore di } m\ ; \\ \quad \textit{due soluzioni coincidenti per } m = -3 \end{array} \right)$

169

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 0 \\ y = 2x + k \\ 0 \le x \le 2 \\ -4 \le y \le 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } -4 < k \le 0 \\ \quad \textit{due soluzioni per } -2 - 2\sqrt{5} \le k \le -4 \end{array} \right)$$

170

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \\ mx - y - 2m - 3 = 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

$$\left(\text{R. } \textit{una soluzione per } m \le -\frac{3}{4} \right)$$

171

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = m^2 \\ y = x \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{due soluzioni coicidenti per } m = \sqrt{2} \\ \quad \textit{due soluzioni distinte } m > \sqrt{2} \end{array} \right)$$

172

$$\begin{cases} y = x^2 + 5x \\ y = mx \\ x \le 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{due soluzioni per ogni valore di } m \\ \quad \textit{due soluzioni coincidenti per } m = 5 \end{array} \right)$$

173

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x = 0 \\ y + 2y - k = 0 \\ 3 \le x \le 6 \\ 0 \le y \le 3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{R. } \textit{una soluzione per } 0 < k < 6 \\ \quad \textit{due soluzioni per } 6 \le k \le 3 + 3\sqrt{5} \end{array} \right)$$

Delle seguenti curve algebriche determina l'ordine , l'eventuale passaggio per l'origine , e le eventuali simmetrie

174

$$x^3 + y - 4 = 0$$

175

$$x^2 + 3y^2 - 2 = 0$$

176

$xy - 6x - 4y = 0$

177

$x^3 + y^3 - 3x - 8 = 0$

178

$xy - x^2 + 8 = 0$

179

$3x^2y^2 - 1 = 0$

180

$4x^2y^2 - y^2 + 2 = 0$

181

$3x^5y - 4 = 0$

182

$x^4 - y^2 + x = 0$

Capitolo IX

183

Calcola la distanza tra i seguenti punti

$A(\ 2\ ;\ 4\ ;\ 8\ )$	$B(\ -1\ ;\ 4\ ;\ 1\ )$	$C(\ -3\ ;\ 6\ ;\ 2\ )$
$A(\ -1\ ;\ 3\ ;\ 2\ )$	$B(\ 3\ ;\ -2\ ;\ 1\ )$	$C(\ -1\ ;\ 8\ ;\ 1\ )$
$A(\ -4\ ;\ 2\ ;\ 1\ )$	$B(\ 1\ ;\ 5\ ;\ 7\ )$	$C(\ 2\ ;\ 1\ ;\ 3\ )$
$A(\ 3\ ;\ 4\ ;\ 6\ )$	$B(\ 2\ ;\ -5\ ;\ 1\ )$	$C(\ 1\ ;\ -1\ ;\ 3\ )$
$A(\ 2\ ;\ 4\ ;\ -1\ )$	$B(\ 2\ ;\ -4\ ;\ 1\ )$	$C(\ 3\ ;\ 2\ ;\ -2\ )$

184

Calcola le coordinate del punto medio del segmento individuato dalle segueni coppie di punti

$A(\ 2\ ;\ -3\ ;\ 1\ )$	$B(\ 1\ ;\ 1\ ;\ 0\ )$
$A(\ 3\ ;\ -2\ ;\ 3\ )$	$B(\ 2\ ;\ 0\ ;\ -2\ )$
$A(\ 3\ ;\ -3\ ;\ 5\ )$	$B(\ 2\ ;\ -2\ ;\ 1\ )$
$A(\ 3\ ;\ -1\ ;\ 8\ )$	$B(\ 4\ ;\ -1\ ;\ 3\ )$

185

Scrivi le equazioni della retta individuate dai seguenti punti

$A(2\ ;\ -6\ ;\ 1)$	$B(3\ ;\ -2\ ;\ 1)$
$A(3\ ;\ -1\ ;\ 2)$	$B(1\ ;\ 4\ ;\ -5)$
$A(3\ ;\ -2\ ;\ 1)$	$B(0\ ;\ 0\ ;\ 1)$
$A(2\ ;\ 0\ ;\ 0)$	$B(2\ ;\ 1\ ;\ 0)$
$A(3\ ;\ 0\ ;\ -1)$	$B(1\ ;\ 0\ ;\ -1)$
$A(2\ ;\ -1\ ;\ 0)$	$B(3\ ;\ 0\ ;\ 0)$

186

Scrivi l'equazione della sfera di centro e raggio assegnati

$C(2\ ;\ 0\ ;\ -1)$	$r = 2$
$C(3\ ;\ 6\ ;\ 0)$	$r = 2\sqrt{2}$
$C(4\ ;\ 0\ ;\ -1)$	$r = 3$
$C(3\ ;\ 0\ ;\ -1)$	$r = \sqrt{11}$
$C(3\ ;\ 1\ ;\ 0)$	$r = 2$

Capitolo X

187

Trova il luogo dei punti $P(x\ ;\ y)$ tali che l'ordinata aumentata di 4 sia il doppio dell'ascissa.

$(\text{R. } 2x - y - 4 = 0)$

188

Trova il luogo dei punti equidistanti dalle due rette $2x - 3y + 4 = 0$ e $2x + 3y + 2 = 0$.

$\left(\text{R. } y = \frac{1}{3}\right)$

189

Dimostra che tutte le rette di equazione $ky + (k-1)x - k + 1 = 0$ passano per uno stesso punto e determina le coordinate del punto stesso . Fra queste rette trova poi quella che forma con l'asse x un angolo di 45° .

$\left(\begin{array}{l}\text{R. } C(1\ ;\ 0)\ ; \\ \quad y - x + 1 = 0\end{array}\right)$

190

Determina il luogo geometrico dei punti P tale che risulti retto l'angolo $A\hat{P}B$ con $A(-3\ ;\ 0)$ e $B(3\ ;\ 3)$.

$(\text{R. } x^2 + y^2 - 3y - 9 = 0)$

191

Dati i punti $A(\ 2\ ;\ 2\ )$ e $B(\ -2\ ;\ 0\ )$, scrivi l'equazione del luogo dei punti P

affinchè le rette passanti per $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ abbiano la stessa direzione .

$(\ \text{R. } x + 2y + 2 = 0\ )$

Determina l'eventuale centro di simmetria delle seguenti curve

192

$4x^2 - y^2 - 4 = 0$

193

$4x^2 + y^2 - 8x - 4y + 7 = 0$

194

$xy - 1 = 0$

195

$xy - 4x + 2y - 11 = 0$

196

$x^3 - 9x^2 + 27x - y - 28 = 0$

197

$2x^3 + 6x^2 + 6x - 3y + 8 = 0$

198

$xy - 2y - 4 = 0$

199

$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

200

$2x^2 - 6x^2 - y + 6x - 2 = 0$